

# Mathematics

[Total No. of Pages : 7]

## BSMAT-S401

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, MARCH/APRIL - 2019

SECOND YEAR

MATHEMATICS

Real Analysis

(Semester - IV) (CBCS Pattern)

(w.e.f. 2015-2016 Admitted Batch)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

### SECTION - A

Answer any Five of the following (5 x 5 = 25)

1. Test for the cong. of the sequence  $\{S_n\}$  if

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \text{ అయితే అనుక్రమం } \{S_n\} \text{ యొక్క}$$

అభిసరణతను పరీక్షించండి.

2. Show that  $f(x) = \cos x$  is continuous at every point in  $\mathbb{R}$ .

$f(x) = \cos x$  ప్రమేయం  $\mathbb{R}$  లోని ప్రతి బిందువు వద్ద అవిచ్ఛిన్నమని చూపండి.

S-2473

[1]

[P.T.O.]

# BSMAT-S401

3. When do we say that the series  $\sum u_n$  converges? conditionally show that the series  $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{n}$  is conditionally convergent.

$\sum u_n$  శ్రేణిని, మనం ఎప్పుడు నియతాభిసరణ శ్రేణి అంటాం?  $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{n}$  శ్రేణి నియతాభిసరణ చెందుతుందని చూపండి.

4. Examine the continuity of the function  $f$  defined by  $f(x) = 0$ , if  $x \in Q$ ;  $f(x) = 1$  if  $x \in R - Q$ .  
 $f(x) = 0$ ,  $x \in Q$  అయినప్పుడు  $f(x) = 1$ ,  $x \in R - Q$  అయినప్పుడుగా నిర్వచించబడిన ప్రమేయం  $f$  యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

5. Find  $\theta$  of the lagranges theorem for  $f(x) = x^3 - 2x + 3$   
 $a = 1$ ,  $h = \frac{1}{2}$  నకు లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతం యొక్క  $\theta$  ను కనుక్కోండి.

S-2473

[2]

# BSMAT-S401

6. If  $f(x) = x^2$  on  $[0, 1]$  and  $P = \left\{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\right\}$  compute  $L(P, f)$  and  $U(P, f)$ .

$[0, 1]$  పై  $f(x) = x^2$  మరియు  $P = \left\{0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, 1\right\}$  అయితే  $L(P, f)$  మరియు  $U(P, f)$  లను గణన చేయండి.

7. State and prove Cauchy's mean value theorem.  
 కోషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతం ప్రవచించి నిరూపించండి.

8. If  $f \in R[a, b]$  and  $m, M$  are the infimum and supremum of  $f$  on  $[a, b]$ , then prove that  $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$ .

$f \in R[a, b]$  మరియు  $[a, b]$  మీద  $f$  యొక్క గరిష్ట విగువ హద్దు మరియు కనిష్ట విగువ హద్దుల  $m, M$  లైతే  $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$  అని చూపండి.

[P.T.O.]

S-2473

[3]

**BSMAT-S401****SECTION - B**

Answer any Five of the following (5 × 10 = 50)

9. When do we say that a sequence is bounded prove that every convergent sequence is bounded. Is the converse of this result true? Justify your claim.

ఒక అనుక్రమం ఎప్పుడు పరిబద్ధమవుతుందని అంటారు? అభిసరణమైన ప్రతి అనుక్రమం, పరిబద్ధమవుతుందని నిరూపించండి? ఈ ఫలితం యొక్క విపర్యయం సత్యమవుతుందా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించుకోండి.

OR

10. a) State and prove Bolzano Weirstrass theorem.

బోల్జానో-వెయర్స్ట్రాస్ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపించండి.

- b) Test for the convergence

$\frac{1.2}{3.4.5} + \frac{2.3}{4.5.6} + \frac{3.4}{5.6.7} + \dots$  యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

S-2473

[4]

**BSMAT-S401**

11. a) Test for convergence  $\sum \left( \frac{n+1}{2n+5} \right)^n$ .

$\sum \left( \frac{n+1}{2n+5} \right)^n$  యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

- b) If  $\sum u_n$  converges absolutely then  $\sum u_n$  converges.

$\sum u_n$  సంపూర్ణ అభిసరణ శ్రేణి అయితే  $\sum u_n$  అభిసరిస్తుంది.

OR

12. State and prove the Leibnitz's test for alternating series.

Hence show that  $\frac{1}{1.2} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} - \frac{1}{7.8} + \dots$  converges.

ఏకాంతర శ్రేణులకు లేబ్నిట్జ్ పరీక్షను ప్రవచించి దానిని నిరూపించండి. దీనిని

ఉపయోగించి  $\frac{1}{1.2} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{5.6} - \frac{1}{7.8} + \dots$  అభిసరణం చెందునని

చూపండి.

S-2473

[5]

[P.T.O.]



# BSMAT-S401

13. Discuss any three kinds of discontinuity with suitable examples.

ఏవేని మూడు రకాల విచ్ఛిన్నతలను సోదాహరణముగా వివరించండి.

OR

14. Show that the function  $f$  defined by  $f(x) = \sin \frac{1}{x}$  for every  $x > 0$  is continuous but not uniformly on  $\mathbb{R}^+$ .

$\mathbb{R}^+$  పై ప్రతి  $x > 0$  కి,  $f(x) = \sin \frac{1}{x}$  గా నిర్వచించబడిన ప్రమేయం  $f$  అవిచ్ఛిన్నమవుతుందని, అయితే ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నంకాదని చూపండి.

15. Show that  $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}; & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$  is derivable every

where but the derivate is not continuous at 0.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}; & x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases} \quad \text{అనే ప్రమేయం అన్ని చోట్ల}$$

అవకలనీయమని, అయితే దాని అవకలని సున్న వద్ద అవిచ్ఛిన్నం కాదని చూపండి.

OR

S-2473

[6]

# BSMAT-S401

16. a) Discuss the applicability of Rolle's theorem for  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  on  $[1, 3]$ .  
 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  ప్రమేయానికి  $[1, 3]$  అంతరంలో రోలె సిద్ధాంతాన్ని పరిశీలించండి.

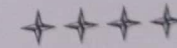
- b) Using Lagrange's Mean value theorem prove that  $1 + x < e^x < 1 + xe^x$  for all  $x > 0$ .  
లెగ్రాంజి మధ్యమూల సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి ప్రతి  $x > 0$  కు  $1 + x < e^x < 1 + xe^x$  అని నిరూపించండి.

17. If  $f \in \mathbb{R}[a, b]$  then prove that  $|f| \in \mathbb{R}[a, b]$  show that the converse of this theorem is not true.  
 $f \in \mathbb{R}[a, b]$  అయితే  $|f| \in \mathbb{R}[a, b]$  అవుతుందని నిరూపించండి. ఈ సిద్ధాంతం యొక్క విపర్యయం సత్యం కాదని చూపండి.

OR

18. State and prove the fundamental theorem of integral calculus. Using this theorem, show that  $\int_0^1 x^4 dx = \frac{1}{5}$ .

సమాకలన గణితము యొక్క మౌలిక సిద్ధాంతమును ప్రవచించి దానిని నిరూపించండి. ఈ సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి  $\int_0^1 x^4 dx = \frac{1}{5}$  అని చూపండి.



S-2473

[7]